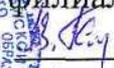


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БИРСКИЙ ФИЛИАЛ

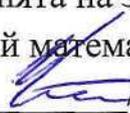


УТВЕРЖДАЮ

Директор Бирского  
филиала БашГУ

 Ганеев В.В.

«14» марта 2022 г.

Программа принята на заседании  
кафедры высшей математики и физики  
зав. кафедрой  В.В. Чудинов  
«28» февраля 2022 г. № 6

Программа  
вступительного экзамена в аспирантуру  
по специальности 1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

Бирск-2022

**ПРОГРАММА**  
**вступительного экзамена в аспирантуру**  
**по специальности 01.01.09 «Механика жидкости, газа и плазмы»**

От сдающих вступительные экзамены требуется знание основных этапов развития механики, а также общее представление о важнейших достижениях современной науки в области механики.

1. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях.
2. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
3. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц.
4. Теория систем линейных алгебраических уравнений и численные методы их решения.
5. Доказательство существования решения системы дифференциальных уравнений первого порядка. Единственность решения. Зависимость от начальных данных и параметров.
6. Линейное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Линейное однородное уравнение. Фундаментальная система решений. Детерминант Вронского. Линейное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Классификация особых точек на плоскости.
7. Функции комплексного переменного, основные понятия. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Уравнения Коши-Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Простейшие конформные отображения.
8. Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки однозначных функций. Основная теорема о вычетах.
9. Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применения. Итерационные методы решения уравнений  $f(x)=0$ .
10. Линейные операторы в нормированных пространствах, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).
11. Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала.
12. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Поточечная сходимость; достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Полнота системы тригонометрических функций.
13. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера-Лагранжа. Вариационная задача с подвижными концами. Условия трансверсальности.
14. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными. Примеры разных типов уравнений из механики сплошной среды и физики.
15. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера и метод Фурье.

16. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи.
17. Гармонические функции и принцип максимума. Краевые задачи для уравнения
18. Пуассона. Фундаментальное решение и теория потенциала.
19. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Простейшая разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
20. Теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; формулы, задающие распределение скоростей и ускорений точек абсолютно твердого тела. Углы Эйлера.
21. Математический маятник. Уравнения движения. Фазовый портрет.
22. Теория деформаций. Компоненты тензора конечных деформаций и их геометрический смысл. Условия совместности для компонент тензора малой деформации. Девиаторная и шаровая части тензора малой деформации.
23. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент. Формула Остроградского-Гаусса. Дивергенция скорости. Вектор вихря скорости. Их кинематический смысл. Формула Стокса. Кинематические свойства вихрей.
24. Теория напряженного состояния. Внешние и внутренние силы. Массовые и поверхностные силы. Напряженное состояние в точке тела. Тензор напряжений Коши. Свойство взаимности и симметричность тензора напряжений.
25. Закон сохранения массы, законы баланса количества и момента количества движения в интегральной форме. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.
26. Связь между напряженным состоянием и процессом деформации. Определяющие соотношения. Закон Гука и закон Навье-Стокса: изотропное линейно упругое тело и линейно вязкая жидкость.
27. Теорема живых сил для сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики - закон сохранения энергии. Массовые источники тепла, тепловой поток. Уравнение притока тепла. Второй закон термодинамики. Энтропия.
28. Свободная энергия в классической линейной теории термоупругости. Определяющие соотношения для тензора напряжений и энтропии. Уравнения движения, соотношения Коши для деформаций, уравнение притока тепла (уравнение теплопроводности). Несвязанная термоупругость.
29. Постановка задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Граничные условия.
30. Плоские задачи теории упругости. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Задача Ламе о толстостенной трубе под действием внутреннего и внешнего давления.
31. Постановка начально-краевой задачи динамической теории упругости. Скорости распространения продольных и поперечных волн в изотропной упругой среде.
32. Вязкоупругость. Модели Максвелла и Фойгта. Изотропное линейно вязкоупругое тело. Ядра сдвиговой и объемной релаксации и ползучести, связь между ними.
33. Пластическая деформация тел. Диаграмма одноосного растяжения образца, эффект Баушингера. Понятия идеальной пластичности и упрочнения. Теория Прандтля-Рейсса. Теория малых упругопластических деформаций.
34. Уравнение неразрывности, уравнения Эйлера движения идеальной жидкости, уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Идеальный совершенный газ, несжимаемая жидкость. Адиабатические процессы. Начальные и граничные условия.
35. Гидростатика. Закон Архимеда. Установившиеся течения идеальных жидкостей и газов. Интеграл Бернулли.

36. Теорема Томсона. Динамические теоремы Гельмгольца о вихрях. Потенциальные течения идеальных жидкостей. Интеграл Коши—Лагранжа.
37. Потенциальные течения несжимаемых идеальных жидкостей. Уравнение Лапласа. Источники и стоки. Диполь. Движение сферы в несжимаемой идеальной жидкости. Присоединенная масса сферы.
38. Звуковые волны в сжимаемых идеальных жидкостях и газах, волновое уравнение. Число Маха. Угол Маха. Эффект Доплера.
39. Уравнения Навье-Стокса. Число Рейнольдса. Ламинарные течения. Течение Пуазейля в каналах и трубах. Устойчивость течений жидкости. Уравнение Орра-Зоммерфельда. Понятие о турбулентности.
40. Условия на разрывах. Ударные волны. Инварианты Римана.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. (4-е изд.). М.: Наука, 1974. – 331 с.
2. Тихонов А.Н. Самарский В.А. Уравнения математической физики. (5-е изд.). М.: Наука, 1977.
3. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. Изд. 8-е, стереотип. М.: Наука, 2004. - 472 с.
4. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. В двух частях. М.: Лань, 2004. - 336 с.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. - М.: Лань, 2004. - 1088 с.
6. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: МГУ, 1990. – 310 с.
7. Кочин П.Е., Кибель И.Л., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 1, 2. М.: Наука, 1963, 728 с.
8. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. – 424 с.
9. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики. М.: МГУ, 1961. - 480 с.